

Abschätzung struktureller Parameter von Kluffnetzwerken an der Perkolationschwelle

Günter Zimmermann¹, Hans Burkhardt¹, Ludwig Engelhard²

¹Fachgebiet Angewandte Geophysik, Technische Universität Berlin

²Institut für Geophysik und Meteorologie, Technische Universität Braunschweig

email: zimmermann@geophysik.tu-berlin.de

Einleitung

Zur Beschreibung von Kluffmodellen und der Verknüpfung ihrer charakteristischen Parameter sind unterschiedliche theoretische Ansätze entwickelt worden. Die Vernetzung diskreter Kluffstrukturen (Diskontinuitäten) läßt sich beispielsweise durch die Perkolationsstheorie beschreiben (eine Einführung geben z. B. Stauffer & Aharony, 1992), die den Fluß als einen Diffusionsprozeß auf diskreten Wegsamkeiten durch ein Medium beschreibt oder die stochastischen Eigenschaften des Mediums selber zur Beschreibung der Fließeigenschaften nutzt. Eine Übersicht über die Anwendung der Perkolationsstheorie hinsichtlich des Fluid-Transports in porösen und geklüfteten Gesteinen findet sich z.B. in Sahimi (1995), Berkowitz & Balberg (1993) und Berkowitz & Ewing (1998).

Bei der 'Effective Medium Theory' (EMT) werden die heterogenen Eigenschaften auf ein statistisch homogenes Medium übertragen (David et al, 1990); die Gültigkeit dieser Vorgehensweise beschränkt sich jedoch auf geringe Heterogenitäten und erfordert ein Repräsentatives Elementarvolumen (REV) (Guéguen et al, 1997).

Gavrilenko & Guéguen (1998) verwenden eine modifizierte Renormalisierungs-Gruppen (RG)-Theorie in Verbindung mit einem Perkolationsansatz zur Beschreibung des Skaleneffekts der Permeabilität. Sie erreichen damit eine gute Übereinstimmung mit dem beobachteten Plateau der effektiven Permeabilität im regionalen Maßstab, die auf einer Zusammenstellung der Meßergebnisse von Clauser (1992) basiert.

Eine der wichtigsten Charakteristiken der Perkolationsstheorie ist, daß sie universellen Skalengesetzen gehorcht (Zusammenstellung z.B. in Sahimi, 1995 und Stauffer & Aharony, 1992). Das bedeutet für Kluffnetzwerke, daß in der Nähe der Perkolationschwelle, die den Übergang zu einem makroskopischen Fluß beschreibt, Potenzgesetze existieren, die die hydraulischen Eigenschaften der Netzwerke universell oder speziell, abhängig von der Topologie der Netzwerke, beschreiben (Robinson, 1984; Balberg et al, 1991; Davy et al., 1992; Davy, 1993, Bonnet et al., 2001). Eine häufig untersuchte Größe, die die Konnektivität (Vernetzung) der Netzwerke beeinflusst, ist die Klufflänge und ihre Verteilungsfunktion. Diese folgt ebenfalls einem Potenzgesetz (Balberg et al., 1991; Bour & Davy, 1997, 1998) und erlaubt demzufolge keine a priori Definition eines REV.

Eigene Vorarbeiten

Im Rahmen des Kontinentalen Tiefbohrprogramms (KTB) wurden im Teufenbereich der Fränkischen Linie (6900m–7140m) strukturelle Bohrlochmessungen ausgewertet und stochastische Netzwerke generiert (Zimmermann et al., 2000; 2001). Diese dienten dann zur Simulation der hydraulischen Eigenschaften im Umfeld der KTB Bohrungen. Die Ausgangsdaten bestanden aus der Anzahl der detektierten Klüfte sowie deren räumlicher Orientierung und wurden zur Generierung von zweidimensionalen stochastischen Netzwerken verwendet. Die Ausdehnung der Klüfte ist aus den Bohrlochmessungen nicht zu bestimmen und stellt daher einen Freiheitsgrad dar. Aus diesem Grund

wurden Modelle mit unterschiedlichen Kluftlängen generiert und die Durchlässigkeit dieser Modelle in horizontaler und vertikaler Richtung bestimmt (Zimmermann et al., 2000). Die Modellierungen wurden mit dem Finite-Elemente-Programm ROCKFLOW durchgeführt (Lege et al., 1996). Es zeigte sich eine Abhängigkeit der Durchlässigkeit dieser Modelle von ihrer mittleren Kluftlänge, obwohl die Kluftdichte so verändert wurde, daß alle Modelle hinsichtlich ihrer Ausgangsdaten äquivalent waren. Eine Reduzierung der Kluftlänge auf 10m führte zu einem nicht permeablen Netzwerk, d.h. die Klüfte spannen kein makroskopisches Netzwerk auf, sondern sind höchsten lokal verbunden. Aufgrund der theoretischen Überlegungen sollten sich die zugehörigen Netzwerkparameter genauso verhalten und zu Werten führen, die unterhalb der kritischen Schwellen liegen. Es wurden daher für alle Netzwerke die charakteristischen Netzwerkparameter, die ein quantitatives Maß für die Konnektivität des Netzwerkes darstellen (Perkulationsparameter; mittlere Anzahl von Schnittpunkten pro Kluft) berechnet und mit der Permeabilität der Netzwerke verglichen. Dadurch ist es möglich, den kritischen Übergang von einem durchlässigen Netzwerk zu einem nicht durchlässigen Netzwerk zu quantifizieren.

Kritische Parameter an der Perkulationsschwelle

Der Perkulationsparameter p als quantitatives Maß für die Durchlässigkeit (Konnektivität) eines Kluft-Netzwerkes ist nach Bour & Davy (1997) für 2-D Netzwerke folgendermaßen definiert:

$$p = N \ell^2 / A = \gamma_A \ell^2$$

mit

$\gamma_A = N / A = 2\text{-D Kluftdichte}$

$N = \text{Anzahl der Klüfte}$

$\ell = \text{Kluftlänge}$

$A = \text{Fläche des Netzwerkes}$

Eine Verallgemeinerung der Gleichung ergibt sich durch die Einführung einer Kluftlängenverteilung, so daß die konstante Kluftlänge durch den entsprechenden Erwartungswert $\mu(\ell)$ (Mittelwert) ersetzt wird:

$$p = N \mu^2(\ell) / A = \gamma_A \mu^2(\ell)$$

Die lineare Häufigkeit der Klüfte γ_L (1-D Kluftdichte) läßt sich nach Priest (1993) durch die 2-D Kluftdichte abschätzen:

$$2 \gamma_A \mu(\ell) / p = \gamma_L = \gamma_A \mu(\ell)$$

Die untere Grenze dieser Ungleichung entspricht Klüften mit zufallverteilter Orientierung, die obere Grenze bezeichnet parallel orientierte Klüfte. Zusammenfassung der Gleichungen führt zur folgenden Generalisierung des Perkulationsparameters:

$$p = N \mu^2(\ell) / A = \gamma_A \mu^2(\ell) = \gamma_L \mu(\ell)$$

Die Permeabilität als Funktion des Perkulationsparameters folgt an der Perkulationsschwelle ($p \geq p_{\text{crit}}$) einem allgemeinen Potenzgesetz:

$$k(p) = a_p (p - p_{\text{crit}})^a$$

mit a_p ; a = charakteristische Konstanten

Die Bestimmung des kritischen Perkulationsparameters p_{crit} erfolgt durch lineare Approximation des Potenzgesetzes:

$$p = p_{crit} + b_p k(p)$$

Aus dem Achsenabschnitt der Gerade läßt sich dann p_{crit} bestimmen und in das Potenzgesetz einfügen. Anschließend können die charakteristischen Parameter des Potenzgesetzes berechnet werden. Die gleiche Vorgehensweise gilt für die Anzahl der Schnittpunkte (intersections) γ pro Kluft:

$$k(\gamma) = a_\gamma (\gamma - \gamma_{crit})^\alpha$$

mit a_γ , α = charakteristische Konstanten

Auch hier ergibt sich der kritische Parameter γ_{crit} durch Näherung einer Geradengleichung:

$$\gamma = \gamma_{crit} + b_\gamma k(\gamma)$$

Anschließend wird γ_{crit} eingesetzt und die charakteristischen Parameter des Potenzgesetzes bestimmt.

Bestimmung des kritischen Perkulationsparameters

Es wurden für die Kluftlängen 100m, 50m und 30m jeweils 20 unterschiedliche Realisationen dieser Netzwerke berechnet. Für diese Realisationen wurde die Durchlässigkeit zwischen den einzelnen Knotenpunkten stochastisch variiert, um Netzwerke mit unterschiedlichen hydraulischen Eigenschaften zu generieren. Dann wurde der hydraulische Fluß in vertikaler und in horizontaler Richtung berechnet. Abb. 1 stellt die berechneten Permeabilitäten der einzelnen Realisationen als Funktion des Perkulationsparameters dar. Die Regressionsanalyse ergibt einen kritischen Perkulationsparameter von $p_{crit} = 9.14$ in vertikaler Richtung und $p_{crit} = 8.72$ in horizontaler Richtung. Die Korrelationskoeffizienten liegen bei $R = 0.953$ bzw. $R = 0.955$. Die gute lineare Anpassung in Abb. 1 läßt erwarten, daß der Exponent α des Potenzgesetzes in der Nähe von 1 liegen wird.

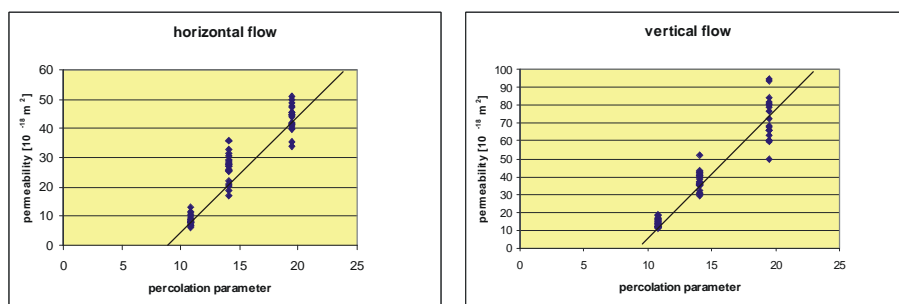


Abb. 1 Kluft-Permeabilitäten als Funktion des Perkulationsparameters

Bestimmung der kritischen Anzahl von Schnittpunkten pro Kluft

Für die gleichen Netzwerke wurde eine Regressionsanalyse mit der Anzahl von Schnittpunkten pro Kluft als abhängige Variable durchgeführt (Abb. 2). Es ergibt sich für den Fluß in vertikaler Richtung ein kritischer Parameter von $\gamma = 3.94$ und in horizontaler Richtung ein Wert von $\gamma = 3.61$. Der Korrelationskoeffizient liegt in diesen Fällen bei $R = 0.948$ für den vertikalen Fluß und bei $R = 0.942$ bei horizontalem Fluß. Der Kurvenverlauf in Abb. 2 deutet auch hier an, daß der Exponent α des Potenzgesetzes sich in der Nähe von 1 befindet.

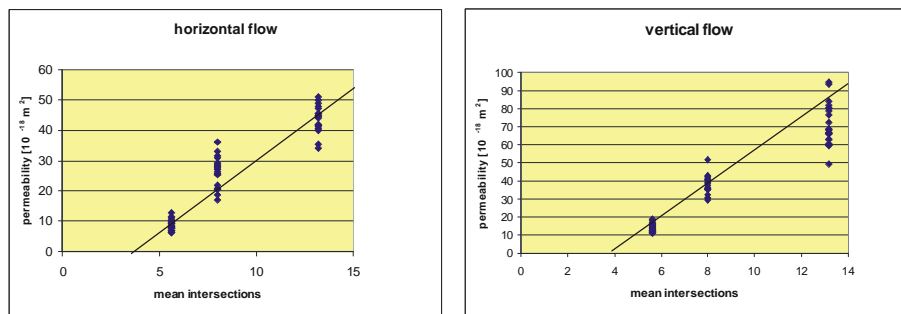


Abb. 2 Kluft-Permeabilität als Funktion der Anzahl der Schnittpunkte (intersections) pro Kluft.

Bestimmung der kritischen Kluftlänge

Die Bestimmung der kritischen Kluftlänge l_{crit} ist mit zwei unabhängigen Methoden möglich. Zum einen kann diese Größe direkt aus dem kritischen Perkolationsparameter berechnet werden. Es ergibt sich durch Einsetzen der kritischen Parameter:

$$l_{crit} = p_{crit} / \varphi_L$$

mit φ_L = lineare Kluflhäufigkeit

Durch Einsetzen des kritischen Perkolationsparameters bei der Simulation des vertikalen Flusses folgt eine kritische Kluftlänge $l_{crit} = 21.6$ m; für die Simulation des horizontalen Flusses erhält man $l_{crit} = 20.6$ m.

Die alternative Methode nutzt die kritische Anzahl von Schnittpunkten pro Kluft φ_{crit} zur Abschätzung der kritischen Kluftlänge. Für die Berechnung wurden zwei weitere Netzwerke mit Kluftlängen von 20m und 10m hinzugenommen (Abb. 3) und zwei unterschiedliche Kurvenanpassungen berechnet. Lineare Approximation ergibt für die kritischen Kluftlängen in vertikaler und horizontaler Richtung $l_{crit,vert} = 18.1$ m und $l_{crit,horiz} = 17.0$ m. Die Anpassung an ein Potenzgesetz ergibt die kritischen Kluftlängen $l_{crit,vert} = 17.8$ m und $l_{crit,horiz} = 16.5$ m.

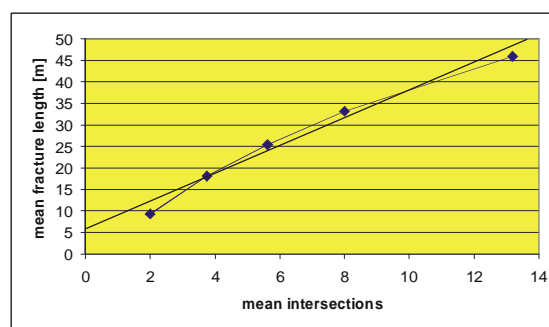


Abb. 3 Mittlere Kluftlänge der Netzwerke als Funktion der Anzahl der Schnittpunkte (intersections) pro Kluft.

Eine weitere Möglichkeit zur Abschätzung der kritischen Kluftlänge besteht durch Vergleich mit theoretisch bestimmten Werten von φ_{crit} . Hestir & Long (1990) berechneten einen Wert von $\varphi_{crit} = 3.6$ für Klüfte, die bezüglich ihrer Orientierung und ihres Ursprungs zufallsverteilt sind. Unter den

gleichen Bedingungen erhält Robinson (1984) einen Wert von $\varphi_{crit} = 3.1$. Nimmt man diese Werte als mögliches Intervall für die kritischen Kluftlänge, so erhält man bei Anwendung des linearen Zusammenhangs folgendes Intervall der kritischen Kluftlänge:

$$\varphi_{crit} = [3.1;3.6] \Rightarrow \ell_{crit} = [15.3 \text{ m};17.0\text{m}]$$

Bei Anwendung des Potenzgesetzes ergibt sich:

$$\varphi_{crit} = [3.1;3.6] \Rightarrow \ell_{crit} = [14.5\text{m};16.5 \text{ m}]$$

Permeabilität an der Perkolationsschwelle

Zur Bestimmung der Parameter der Potenzgesetze, die die Permeabilität k an der Perkolationsschwelle in Abhängigkeit von dem Perkulationsparameter p und der mittleren Anzahl von Schnittpunkten pro Kluft φ beschreiben, werden die in den vorherigen Kapiteln bestimmten kritischen Werte dieser Parameter in die Formeln eingesetzt.

	vertikaler Fluß	horizontaler Fluß
p_{crit}	9.14	8.72
a_p	8.81	4.28
a	0.895	1.004
φ_{crit}	3.91	3.61
a_φ	8.98	4.62
φ	0.949	1.034

Tabelle 1 Charakteristische Konstanten der Potenzgesetze für die Permeabilität an der Perkolationsschwelle

Die berechneten Parameter der Gleichungen sind in Tabelle 1 für den vertikalen und horizontalen Fluß zusammengestellt. Es ergeben sich Exponenten a und φ um den Wert 1, welches auf ein in erster Näherung lineares Verhalten der Permeabilität an der Perkolationsschwelle schließen läßt.

Folgerung

Die Bestimmung der kritischen Parameter schränkt die Auswahl der plausiblen Netzwerke durch eine untere Schranke ein, wenn zumindest eine makroskopische Vernetzung vorausgesetzt werden kann und ein Kluft-Netzwerk, daß die hydraulische Situation des KTB realistisch beschreibt, sich oberhalb der Perkolationsschwelle befinden sollte. Dieses wird durch die hydraulischen Kommunikationsexperimente zwischen Hauptbohrung und Vorbohrung des KTB gestützt, die eine makroskopische Vernetzung fordern. Eine obere Schranke ergibt sich, wenn man davon ausgeht, das sich das kristalline Gestein im betrachteten Teufenbereich der Fränkischen Linie gerade an dieser Schwelle befindet. Harjes & Zoback (1997) berichten von einer kritisch gespannten permeablen Kluftzone in der oberen Kruste des KTB Umfeldes, die sich bis unterhalb der Fränkischen Linie fortsetzt und bis in den Bereich der spröde-duktilen Übergangszone reicht. Darüber hinaus konnten sie zeigen, daß Mikrobeben in diesen Kluftzonen durch extrem geringe Druckänderungen ($< 1\text{MPa}$) induziert wurden. Dieses ist ein weiteres Indiz für eine hydraulische Situation im Bereich der Perkolationsschwelle mit makroskopischen hydraulischen Wegsamkeiten, die mehr als eine lokale Ausdehnung aufweisen.

Literatur

- Balberg, I., Berkowitz, B. Drachsler, G.E., (1991), *Application of a Percolation Model to Flow in Fractured Hard Rocks*, J. geophys. Res., 96, B6, 10015-10021
- Berkowitz, B., Balberg, I. (1993), *Percolation Theory and Its Application to Groundwater Hydrology*, Water Resour. Res., 29(4), 775-794
- Berkowitz, B., Ewing, R.P. (1998), *Percolation Theory and Network Modeling Applications in Soil Physics*, Surveys in Geophysics, 19, 23-72
- Bonnet, E., Bour, O., Odling, N.E., Davy, P., Main, I., Cowie, P., Berkowitz, B. (2001), *Scaling of fracture systems in geological media*, Reviews in Geophysics, 39(3), 347-383
- Bour, O., Davy, P. (1997), *Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution*, Water Resour. Res., 33(7), 1567-1583
- Bour, O., Davy, P. (1998), *On the connectivity of three-dimensional fault networks*, Water Resour. Res., 34(10), 2611-2622
- Clauser, C. (1992), *Permeability of crystalline rocks*, Eos.-Trans.-AGU, 73(21), 233-237
- David, Ch. (1993), *Geometry of Flow Paths for Fluid Transport in Rocks*, J. geophys. Res., 98 ,B7, 12267-12278
- David, C., Guéguen, Y., Pampoukis, G. (1990), *Effective Medium Theory and Network Theory Applied to the Transport Properties of Rock*, J. geophys. Res., 95, B5, 6993-7005
- Davy, P. (1993), *On the frequency-length distribution of the San Andreas fault system*, J. geophys. Res., 98, B7, 12141-12151
- Davy, P., Sornette, A., Sornette, D. (1992), *Experimental discovery of scaling laws relating fractal dimensions and the length distribution exponent of fault systems*, Geophysical Research Letters, 19, 4, 361-363
- Gavrilenco, P., Guéguen, Y. (1998), *Flow in fractured media: A modified renormalization method*, Water Resour. Res., 34, 177-191
- Guéguen, Y., Chelidze, T., Le Ravalec, M. (1997), *Microstructures, percolation thresholds, and rock physical properties*, Tectonophysics, 279, 23-35
- Hestir, K., Long, J.C.S. (1990), *Analytical Expressions for the Permeability of Random Two-Dimensional Poisson Fracture Networks Based on Regular Lattice Percolation and Equivalent Media Theories*, J. geophys. Res., 93, B13, 565-581
- Lege, T., Kolditz, O., Zielke, W., *Strömungs- und Transportmodellierung, Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten, Bd. 2* (Springer Verlag, Berlin 1996)
- Priest, S.D., *Discontinuity Analysis for Rock Engineering*, (Chapman & Hall, London, 1993)
- Robinson, P.C. (1984), *Numerical calculations of critical densities for lines and planes*, J. Phys. A: Math. Gen, 17, 2823-2830
- Sahimi, M., *Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock – from classical methods to modern approaches* (VCH, Weinheim 1995)
- Stauffer, D., Aharony, A., *Introduction to Percolation Theory* (Taylor & Francis, London 1992)
- Zimmermann, G., Burkhardt, H., Engelhard, L. (2001), *Scale dependence of hydraulic and structural parameters in the crystalline rock of the KTB*, Pure appl. geophys., accepted
- Zimmermann, G., Körner, A., Burkhardt, H. (2000), *Hydraulic pathways in the crystalline rock of the KTB*, Geophys. J. Int., 142, 4-14
- Zoback, M.D., Harjes, H.-P. (1997), *Injection-induced earthquakes and crustal stress at 9 km depth at the KTB deep drilling site, Germany*, J. geophys. Res., 102, B8, 18477-18491